# Υπολογιστική μελέτη της παραγωγής και διάδοσης υπερήχων σε στερεούς στόχους πυριτίου υπό την επίδραση παλμών laser

Ελένη Παπαδάκη<sup>1,2</sup>, Εμμανουήλ Κανιολάκης Καλούδης<sup>1,2</sup>, Κωνσταντίνος Καλέρης<sup>1,2</sup>, Βασίλειος Σαμολαδάς<sup>4</sup>, Μάκης Μπακαρέζος<sup>1,2</sup>, Μιχάλης Ταταράκης<sup>1,3</sup>, Νεκτάριος Α. Παπαδογιάννης<sup>1,2</sup>, Ευάγγελος Κασελούρης<sup>1,2</sup>, Β. Δημητρίου<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup>Ινστιτούτο Φυσικής Πλάσματος & Λέιζερ, ΕΛΜΕΠΑ, Τρία Μοναστήρια, 74100 Ρέθυμνο

 <sup>2</sup> Εργαστήριο Φυσικής Ακουστικής και Οπτοακουστικής, Τμήμα Μουσικής Τεχνολογίας & Ακουστικής, ΕΛΜΕΠΑ, 74100 Ρέθυμνο
<sup>3</sup> Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών, ΕΛΜΕΠΑ, 73133 Χανιά
<sup>4</sup>Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών, Πολυτεχνείο

Κρήτης,

\*dimvasi@hmu.gr

# ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η επίδραση παλμικών laser σε στερεά υλικά μπορεί να βοηθήσει στη μελέτη των της δομής και των ιδιοτήτων τους. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η υπολογιστική μελέτη μέσω προσομοιώσεων της θερμικής και κυρίως της ακουστικής συμπεριφοράς στερεών στόχων πυριτίου υπό την επίδραση βραχέων παλμών laser. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων έδειζαν ότι λόγω της μεγάλης και ταχείας απορρόφησης ενέργειας από τον στόχο δημιουργήθηκαν μικρού πλάτους επιφανειακά ακουστικά κύματα τα οποία διαδόθηκαν με ταχύτητα ~5000m/s σε όλη την έκταση του στερεού.

# A Computational study of ultrasound generation and propagation in solid silicon targets under pulsed laser irradiation

# ABSTRACT

The irradiation of solid materials by pulsed lasers is essential in studying their structure and properties. The purpose of this research is the computational study, through simulations, of the thermal and mainly acoustic behaviour of solid silicon (Si) targets under irradiation by short laser pulses of varying intensity. The simulation results showed that due to the large and rapid energy absorption by the target, surface acoustic waves of small amplitude were generated, propagating at a speed of approximately 5000 m/s throughout the solid.

# Εισαγωγή

Η πηγή φωτός laser αποτελεί ισχυρό εργαλείο για τη μελέτη της σύνθεσης, της δομής και των ιδιοτήτων της ύλης λόγω των εξαιρετικών ιδιοτήτων της. Η αλληλεπίδραση laser - ύλης μπορεί να προσομοιωθεί αριθμητικά με κατάλληλη επιλογή των τιμών που αφορούν τις ιδιότητες του υλικού και τις παραμέτρους του laser. Τα τελευταία χρόνια έχουν πραγματοποιηθεί μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων αρκετές μελέτες της επίδρασης παλμών laser σε Si λόγω της ευρείας χρήσης του σε τεχνολογικές εφαρμογές [1-4]. Η παρούσα μελέτη εστιάζει στο πρόβλημα της επίδρασης βραχέων παλμών laser διάρκειας πίκο και νάνοδευτερολέπτων (ps & ns) στο Si όταν αναπτύσσονται θερμοκρασίες μικρότερες του σημείου ζέσης του. Με χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method-FEM) [5] αναπτύχθηκε ένα τρισδιάστατο μοντέλο ενός λεπτού στόχου με ομοιόμορφο πυκνό πλέγμα, ώστε να προσομοιωθεί με επιτυχία η συμπεριφορά του Si υπό την επίδραση του παλμού laser. Για την περιγραφή των ιδιοτήτων του υλικού χρησιμοποιήθηκαν το εμπειρικό μοντέλο Johnson-Cook και η καταστατική εξίσωση Grüneisen [5] ικανά να περιγράψουν τη σύνθετη δυναμική του φαινομένου. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων έδειξαν ότι δημιουργούνται και διαδίδονται στο στόχο επιφανειακά ακουστικά κύματα (Surface Acoustic Waves-SAWs) σχετικά μικρού πλάτους, καθιστώντας την επίδραση παλμικών laser κατάλληλη για εφαρμογές όπως η κατεργασία, ο χαρακτηρισμός των υλικών καταστροφικός ή μη [6,7], η ιατρική απεικόνιση, κτλ.

## 1. Μοντελοποίηση και προσομοιώσεις

Για την περιγραφή της ακουστικής και μηχανικής απόκρισης του στόχου Si υπό την επίδραση παλμικών laser αναπτύχθηκε με τη μέθοδο FEM ένα κατάλληλο μοντέλο το οποίο προσομοιώθηκε στο λογισμικό LS-DYNA [5]. Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν στο Υπολογιστικό Σύστημα Υψηλών Επιδόσεων (HPC) Advanced Research Information System (ARIS) [8].

#### 1.1 Αλληλεπίδραση ύλης- παλμικών λέιζερ- Εζισώσεις που διέπουν το φαινόμενο

Κατά την επίδραση του laser σε στερεό το υλικό απορροφά τοπικά μέρος της ενέργειας του παλμού η οποία μεταφέρεται μέσω θερμικής αγωγιμότητας σε όλη την έκτασή του. Αρχικά συμβαίνει ταχύτατη αύξηση της θερμοκρασίας στην περιοχή εστίασης του παλμού η οποία προκαλεί έντονη θερμική διαστολή και τοπική διόγκωση της επιφάνειας του στερεού. Αυτό έχει σαν ακόλουθο την ανάπτυξη ισχυρών θερμικών τάσεων. Λόγω των θερμικών τάσεων παράγονται επιφανειακά ακουστικά κύματα τα οποία διαδίδονται διαμέσου του στόχου. Το φαινόμενο διέπεται από την εξίσωση θερμικής αγωγής (1.1) (αγνοώντας φαινόμενα συναγωγής και θερμότητας λόγω ακτινοβολίας) και την εξίσωση της κυματικής διάδοσης (1.2) [9].

$$\rho(r,T)C_p(r,T)\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - \nabla[k(r,T)\nabla T(r,t)] = \dot{Q}(r,t) - L$$
(1.1)

όπου T η θερμοκρασία,  $\rho$  η πυκνότητα,  $C_p$  η ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση και k η θερμική αγωγιμότητα του υλικού και  $L_m$  η λανθάνουσα θερμότητα τήξης του υλικού. Ο όρος Q(r,t) περιγράφει την ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και όγκου που απορροφά το υλικό. Στο κέντρο του στόχου αναπτύσσονται ισχυρές τάσεις λόγω της ταχείας θερμικής διαστολής και παράγονται υπερηχητικά κύματα (SAWs) των οποίων η διάδοση περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\rho(r,T)\frac{\partial^2 U(r,t)}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 U(r,t) + (\lambda + \mu) \nabla [\nabla U(r,t)] - \alpha (3\lambda + 2\mu) \nabla T(r,t)$$
(1.2)

όπου U η μετατόπιση, α ο συντελεστής θερμικής διαστολής και λ, μ οι συντελεστές Lame που εξαρτώνται από το είδος του υλικού [9,10].

## 1.2 Μοντελοποίηση των χαρακτηριστικών του παλμικού λέιζερ

Ο παλμός laser εφαρμόστηκε στο κέντρο της άνω επιφάνειας του στόχου και θεωρήθηκε ότι έχει Gaussian χωρικό και χρονικό προφίλ. Η ογκομετρική ροή ενέργειας (ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα όγκου) που απορροφά ο στόχος δίνεται από την σχέση:

$$Q(r,t) = I_0(t)(1-R) \alpha_b e^{-4ln2(\frac{t-t_0}{t_0})^2} e^{-(x^2+z^2)/t_0^2} e^{-\alpha_b y}$$
(1.3)

όπου  $t_0$  και  $r_0$  είναι η διάρκεια του παλμού και η ακτίνα της δέσμης αντίστοιχα στο πλήρες εύρος του μισού της μέγιστης τιμής (FWHM), r το διάνυσμα θέσης,  $a_b$  ο συντελεστής απορρόφησης του Si,  $I_0(t)$  η ένταση του λέιζερ στην άνω επιφάνεια του στόχου και R η ανακλαστικότητα της. Ο όρος  $a_b(1-R)I_0(t)$  εκφράζει το ποσοστό της ακτινοβολίας που διεισδύει στον στόχο ενώ ο τελευταίος εκθετικός όρος δίνει την εξασθένηση του φωτός λόγω απορρόφησης σε βάθος y από την άνω επιφάνεια [11]. Για την πραγματοποίηση των προσομοιώσεων θεωρήθηκαν παλμοί σταδιακής αυξανόμενης έντασης ακτινοβολίας και Gaussian χωρο-χρονικού προφίλ ίδιας διαμέτρου 25μm και διαφορετικής διάρκειας 6ns και 10ps στο FWHM αντίστοιχα. Το μήκος κύματος θεωρήθηκε 532nm για τον ns ενώ 1064nm για τον ps παλμό αντίστοιχα.

#### 1.3 Μοντελοποίηση του στερεού στόχου πυριτίου και των ιδιοτήτων του

Με χρήση του LS-DYNA λογισμικού που βασίζεται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method) αναπτύχθηκε ένα τρισδιάστατο μοντέλο ενός λεπτού στόχου Si κατάλληλων διαστάσεων και ομοιόμορφης διακριτοποίησης. Η επιλογή των διαστάσεων και της διακριτοποίησης του στόχου έγινε με αρχικές δοκιμαστικές προσομοιώσεις. Τα αποτελέσματα τους έδειξαν ότι στόχος διαστάσεων 450μm×9μm×450μm και διακριτοποίησης 1μm×0,3μm×1μm κατά μήκος των αξόνων x×y×z είναι κατάλληλος για την μελέτη της δημιουργίας και της διάδοσης των SAWs. Η συμπεριφορά του Si προσομοιώθηκε με το εμπειρικό μοντέλο Johnson-Cook (J-C) που είναι κατάλληλο να περιγράψει στερεά όταν δέχονται υψηλές τάσεις-καταπονήσεις [5]. Η ελαστοπλαστική τάση σ

υπολογίζεται από την εξίσωση (1.4) ενώ στην περίπτωση πολύ υψηλών τάσεων η πλαστική καταπόνηση από την (1.5).

$$\sigma = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\varepsilon^{n}) \left(1 + C\ln\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) \left(1 - \frac{T - T_{r}}{T_{m} - T_{r}}\right)$$
(1.4)

$$\varepsilon_{f} = \left(D_{1} + D_{2}e^{D_{2}\frac{p}{\sigma_{VM}}}\right) \left(1 + \frac{D_{4}\ln\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right) \left(1 + D_{5}\frac{T - T_{r}}{T_{m} - T_{r}}\right)$$
(1.5)

Οι όροι A, B, C, n, m και D<sub>1</sub>–D<sub>5</sub> [10,12,13,14] που αφορούν στο υλικό είναι πειραματικές παράμετροι της ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς, ενώ οι όροι T<sub>0</sub>, T, T<sub>m</sub> και σ<sub>VM</sub> περιγράφουν τη θερμοκρασία του δωματίου, του στόχου, το σημείο τήξης του Si και την τάση Von Mises αντίστοιχα. Ο όρος έ δείχνει το ρυθμό παραμόρφωσης ενώ ο έ<sub>0</sub> αποτελεί ρυθμό αναφοράς. Η υδροδυναμική συμπεριφορά του Si προσομοιώθηκε με την καταστατική εξίσωση Grüneisen που είναι κατάλληλη για να περιγράψει την πίεση εντός ενός στερεού υπό υψηλούς ρυθμούς συμπίεσης ή/και διαστολής. Η εξίσωση (1.6) δίνει την πίεση στερεού που διαστέλλεται συναρτήσει της ταχύτητας του ήχου στο υλικό C, της εσωτερικής ενέργειας προς τον αρχικό όγκο Ε και των παραμέτρων γ<sub>0</sub> και α<sub>1</sub> [5].

$$p = \rho_0 C^2 (\frac{\rho}{\rho_0} - 1) + [\gamma_0 + \alpha_1 (\frac{\rho}{\rho_0} - 1)]E$$
(1.6)

## 1.4 Προσομοιώσεις

Αρχικά προσομοιώθηκε η επίδραση ns παλμών στο Si. Η ενέργεια/μονάδα επιφάνειας θεωρήθηκε 0,45J/cm<sup>2</sup> 0,75J/cm<sup>2</sup> και 1,35J/cm<sup>2</sup> αντίστοιχα. Ακολούθως προσομοιώθηκε η επίδραση ps παλμών με αντίστοιχες τιμές 0,75J/cm<sup>2</sup>- 1,05J/cm<sup>2</sup> και 1,7 J/cm<sup>2</sup>. Η επιλογή έγινε με σκοπό να επιτευχθεί παρόμοια θερμοκρασιακή κατανομή στο κέντρο του στόχου για τους ns και ps παλμούς σε κάθε φάση (ελαστική, πλαστική, τήξης), ώστε να μελετηθεί η επίδραση των φάσεων της περιοχής εστίασης στην παραγωγή και διάδοση των υπερήχων. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων συγκρίθηκαν με αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα.

#### 2. Αποτελέσματα και Συμπεράσματα

#### 2.1 Αποτελέσματα-γέννηση υπερήχων

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων έδειξαν ότι κατά την επίδραση παλμών laser το Si απορροφά ενέργεια αυξάνοντας απότομα την θερμοκρασία του από 20°C σε πάνω από 1000°C. Στην ελαστική φάση η μέγιστη θερμοκρασία στο κέντρο του στόχου ήταν ~1150°C στην πλαστική ~1250°C και στην τήξης >1412°C που είναι το σημείο τήξης του πυριτίου. Το κέντρο του στόχου λόγω της έντονης θέρμανσης διογκώθηκε και αναπτύχθηκαν ισχυρές θερμομηχανικές τάσεις από 0,8-1,5 GPa οι οποίες με την σειρά τους οδήγησαν στην παραγωγή του υπερηχητικού κύματος στα όρια της διόγκωσης. Στο στιγμιότυπο που ακολουθεί φαίνεται η δημιουργία του υπέρηχου τη στιγμή 22ns σε απόσταση ~58μm από το κέντρο του στόχου υπό την

επίδραση παλμού διάρκειας 6ns στην περίπτωση τήξης. Στην περιοχή 54–66 μm έχει γίνει μεγέθυνση ×1000 λόγω του μικρού πλάτους του παραγόμενου υπέρηχου.



Σχήμα 2.1 Δημιουργία του υπερήχου τη στιγμή 22ns με το αντίστοιχο γράφημα της κάθετης μετατόπισης (y) συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο του στόχου.

2.2 Αποτελέσματα-Διάδοση υπερήχων

Για παλμούς διάρκειας 6ns ο υπέρηχος ανιχνεύεται με το πέρας του παλμού στα 22-23ns ανεξάρτητα της έντασης του λέιζερ, ενώ στην περίπτωση των 10ps στα 7-8ns πολύ μετά το πέρας του παλμού. Σε κάθε περίπτωση εμφανίζεται σε απόσταση 58 με 60μm από το κέντρο του στόχου και 5ns μετά την ανίχνευσή του έχει διανύσει απόσταση ~25μm, δηλαδή διαδίδεται με ταχύτητα u=Δd/Δt≈5000m/s. Στις εικόνες που ακολουθούν φαίνεται ο υπέρηχος 5ns μετά την ανίχνευσή του, τις στιγμές 28ns και 12ns για τις περιπτώσεις των ns και ps παλμών αντίστοιχα.



Σχήμα 2.2 Σύγκριση υπερήχων που δημιουργήθηκαν σε κάθε φάση υπό την επίδραση παλμών ~5ns μετά την ανίχνευσή τους για ns παλμούς (πάνω σειρά) και ps παλμούς (κάτω σειρά)

AK24\_61

Η μορφή του υπέρηχου φαίνεται στα ακόλουθα διαγράμματα της κάθετης μετατόπισης (y) κατά μήκος του άξονα x από 0-225μm. Για x>50μm η μετατόπιση μεγεθύνεται ×1000 για να φανεί ο υπέρηχος μικρού πλάτους. Τα διαγράμματα της πρώτης στήλης αφορούν επίδραση ns παλμών τη στιγμή 43ns ενώ της δεύτερης επίδραση ps παλμών τη στιγμή 12ns.



Σχήμα 2.3 Διάγραμμα της κάθετης μετατόπισης (y) κατά μήκος του άξονα x για κάθε περίπτωση και ένθετη εικόνα με ×1000 zoom (μετά τα 50 μm στον άζονα x). Στην περίπτωση ns παλμών (αριστερή στήλη) το μήκος του υπέρηχου είναι σταθερό για όλες τις φάσεις, το πλάτος είναι ανάλογο της έντασης του παλμού και η μη γραμμική συμπεριφορά είναι μικρή ακόμα και σε φάση τήζης. Στην περίπτωση ps παλμών

(δεζιά στήλη) εμφανίζεται μείωση στο πλάτος λόγω μη γραμμικής διάδοσης, η οποία είναι εμφανής σε όλες τις φάσεις.

Παρακάτω παρουσιάζεται σε κοινό διάγραμμα η κάθετη μετατόπιση για την ελαστική, πλαστική περίπτωση και την περίπτωση τήξης υπό την επίδραση ns παλμών (α) και ps παλμών (β).



Σχήμα 2.4 Διάγραμμα της κάθετης μετατόπισης (y) κατά μήκος του άξονα x.

Στα κοινά διαγράμματα είναι εμφανές ότι στην περίπτωση ns παλμών το πλάτος του υπέρηχου είναι ανάλογο της ενέργειας του παλμού, αφού το πλάτος στην πλαστική φάση είναι διπλάσιο και στην τήξη τριπλάσιο από την ελαστική. Στην περίπτωση ps παλμών λόγω έντονης μη γραμμικής συμπεριφοράς, χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση.

# 2.3 Συμπεράσματα

Η μελέτη των αποτελεσμάτων δείχνει ότι η ταχύτατη εναπόθεση ενέργειας από το laser στο στόχο οδηγεί σε απότομη αύξηση της θερμοκρασίας του. Η ακόλουθη ταχύτατη θερμική διαστολή προκαλεί διόγκωση στο κέντρο του στόχου, μεγαλύτερη στην περίπτωση ps παλμών η οποία προκαλεί ανάπτυξη ισχυρών θερμομηχανικών τάσεων, οι οποίες με τη σειρά τους οδηγούν στην γέννηση υπερήχων στα όρια της διόγκωσης. Η εμφάνιση του υπέρηχου γίνεται σε σταθερή απόσταση από το κέντρο του στόχου ανεξάρτητα από τα χαρακτηριστικά του παλμού. Ο χρόνος εμφάνισής του εξαρτάται από την διάρκεια και το μήκος κύματος και ελάχιστα από την ένταση του παλμού. Το πλάτος του εξαρτάται από τη διάρκεια το μήκος κύματος και έντονα από την ενέργεια του παλμού. Οι έντονες παραμορφώσεις που προκαλούνται στο κέντρο του στόχου οδηγούν σε μη γραμμική διάδοση του υπέρηχου, η οποία γίνεται ιδιαίτερα εμφανής για μεγάλες εντάσεις (τήξη) για ns παλμούς, ενώ είναι εμφανής σε όλες τις φάσεις σε περίπτωση ps παλμών. Συνοψίζοντας σε περίπτωση επίδρασης ns παλμών ο υπέρηχος εμφανίζεται με το πέρας του παλμού, το πλάτος του είναι μικρό και η μη γραμμική συμπεριφορά εμφανίζεται κυρίως στη φάση τήξης. Σε περίπτωση επίδρασης ps παλμών ο υπέρηχος εμφανίζεται πολύ μετά το πέρας του παλμού και έχει περίπου ίδιο πλάτος. Η μη γραμμική συμπεριφορά εμφανίζεται από την ελαστική φάση και γίνεται πολύ έντονη στην πλαστική περιοχή και στην φάση τήξης. Η μελέτη της δημιουργίας και

διάδοσης υπερήχων στο Si χρειάζεται περαιτέρω μελέτη λόγω της κρυσταλλικής δομής και των ημιαγωγικών ιδιοτήτων του.

# 3. Αναφορές

[1] Kyota, H.; Higashi, M.; Curosu, T.; Lida, M. Numerical simulation and validation of subsurface modification and crack formation induced by nanosecond-pulsed laser processing in monocrystalline silicon. J. Appl. Phys.130, 239901 (2021)

[2] Acosta-Zepeda, C.; Saavedra, P.; Bonse, J.; Haro-Poniatowski, E., Modeling of silicon surface topographies induced by single nanosecond laser pulse induced melt-flows. J. Appl. Phys.125, 175101 (2019)

[3] Marine, W.; Bulgakova, N.M.; Patrone, L.; Ozerov, Insight into electronic mechanisms of nanosecond-laser ablation of silicon. J. Appl. Phys. 103, 094902 (2008)

[4] Wang, D.; Wang, Z.; Zhang, Z.; Yue, Y.; Li, D.; Maple, C.ε. Direct modification of silicon surface by nanosecond laser interference lithography. Appl. Surf. Sci. 282, 67–72 (2013)

[5]. Hallquist, J. LS-DYNA Theory Manual; Livermore Software Technology Corporation: Livermore, CA, USA, 2006.

[6] Orphanos Y.; Dimitriou, V.; Kaselouris, E.; Bakarezos, E.; Vainos, N.; Tatarakis, M.; Papadogiannis, Integrated nanosecond laser full-field imaging for femtosecond laser-generated surface acoustic waves in metal film-glass substrate multilayer materials. Appl. Phys. A, 125, 269 (2019)

[7] Liu, Z.; Lin, B.; Liang, X.; Du, A.; Ma, X. Fracture of single crystal silicon caused by nonlinear evolution of surface acoustic waves. Eng. Fract. Mech. 269, 108505 (2022)

[8] Aris HPC Documentation. Available online:

http://doc.aris.grnet.gr/system/hardware/ (accessed on 26 September 2024)

[9] Kaseloviphs E. Study of matter behavior dynamics governed by the interaction with laser pulses and external strong currents. PhD Thesis (2016) <u>http://dx.doi.org/10.12681/eadd/39101</u>

[10] Παπαδάκη. E. Finite element study of the dynamic behavior of Si targets in sequential irradiation by ns laser pulses. Master thesis (2021)

[11] Dimitriou, V.; Kaselouris, E.; Orphanos, Y.; Bakarezos, M.; Vainos, N.; Tatarakis, M.; Papadogiannis, N.A. Three-dimensional transient behavior of thin films surface under pulsed laser excitation. Appl. Phys. Lett.103, 114104 (2013)

[12] Available online: https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=599 (accessed on 20 September 2024).

[13] Available online:

https://encyclopediaofmath.org/wiki/Lam%25C3%25A9\_constants

(accessed on 26 September 2024).

[14] Available online: http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/Si/thermal.html (accessed on 26 August 2024).

Ευχαριστίες: Ευχαριστώ θερμά το Εθνικό Δίκτυο Υποδομών Τεχνολογίας και Έρευνας (ΕΔΥΤΕ Α.Ε) για την ευγενική παροχή υπολογιστικών πόρων μέσω του υπερυπολογιστή ARIS στο πλαίσιο του έργου pr016025 LaMPIOS III. Η συμβολή τους υπήρξε καθοριστική για την επιτυχή ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας